

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 23.09.2019

Parte I - Testo I

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

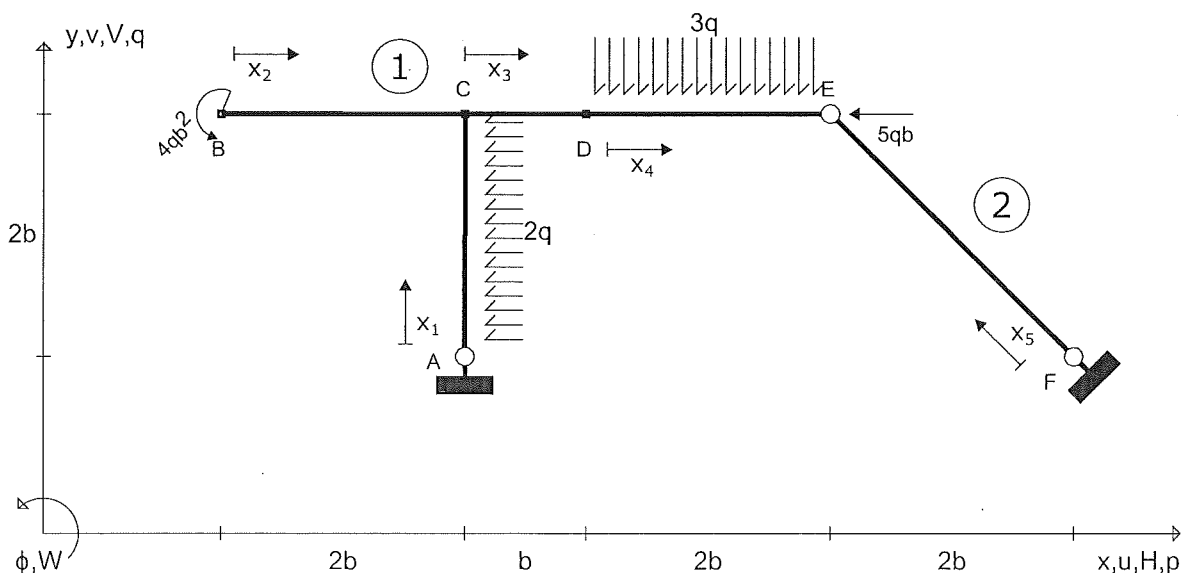
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 23.09.19*001



Eq. ausiliaria: $M_{z(E)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

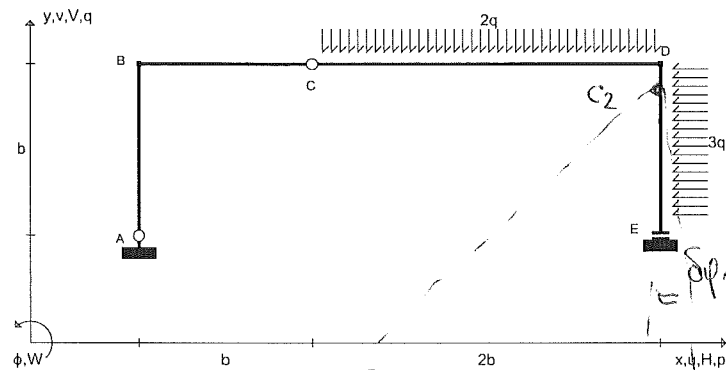
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B , e quella verticale dello spostamento del punto C, v_C .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CDE*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D, u_D .

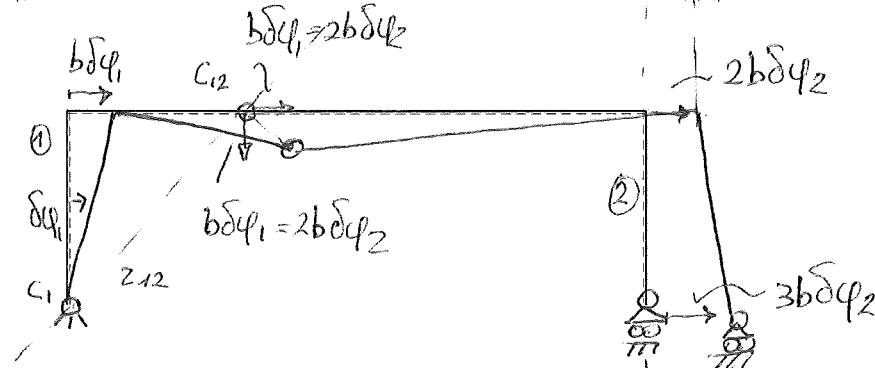
Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\left. \begin{array}{l} C_2 \in r_2 \\ C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \end{array} \right\}$$

$$\boxed{b\delta\varphi_1 = 2b\delta\varphi_2}$$

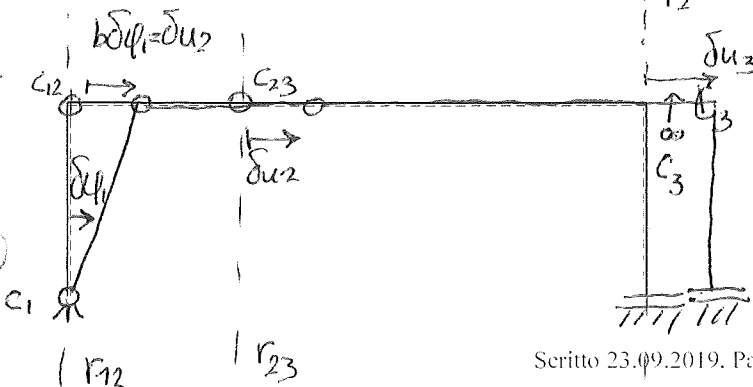
$$\Rightarrow \delta\varphi_1 = 2\delta\varphi_2$$



$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \\ C_3 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{23} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow C_2 \equiv C_3$$

e i corpi rigidi ② e ③
si spostano come
unico corpo rigido
 $\delta u_2 = \delta u_3 = b\delta\varphi_1$



$$M_E(\varphi) = +7b \cdot a^2; C_1 = (...0..., ...0...); C_2 = (...3b..., ...3b...); C_{12} = (...b..., ...b...);$$

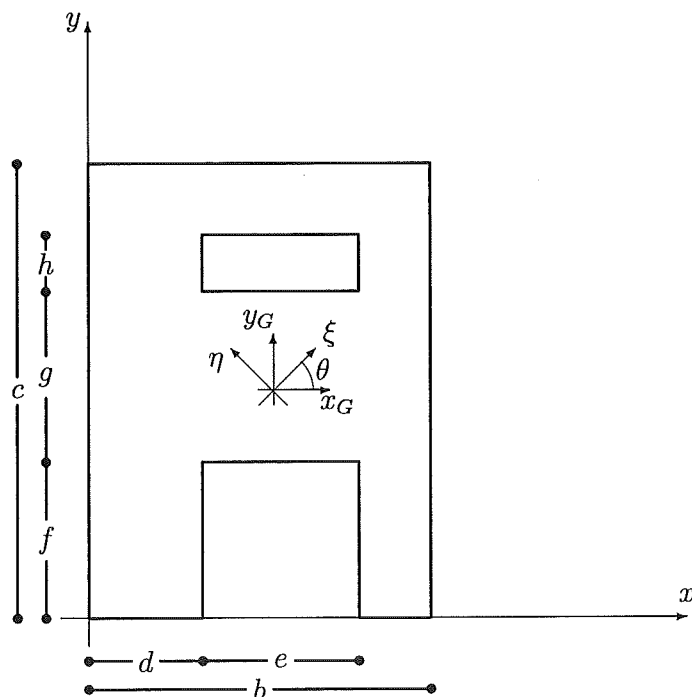
$$u_B = b \delta \varphi_1 = 2b \delta \varphi_2; v_C = -b \delta \varphi_1 = -2b \delta \varphi_2;$$

$$M_B(\varphi) = -3ab^2; v_C = 0; u_D = \delta u_2 = \delta u_1 = b \delta \varphi_1$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 4a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = a$; $g = 2a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



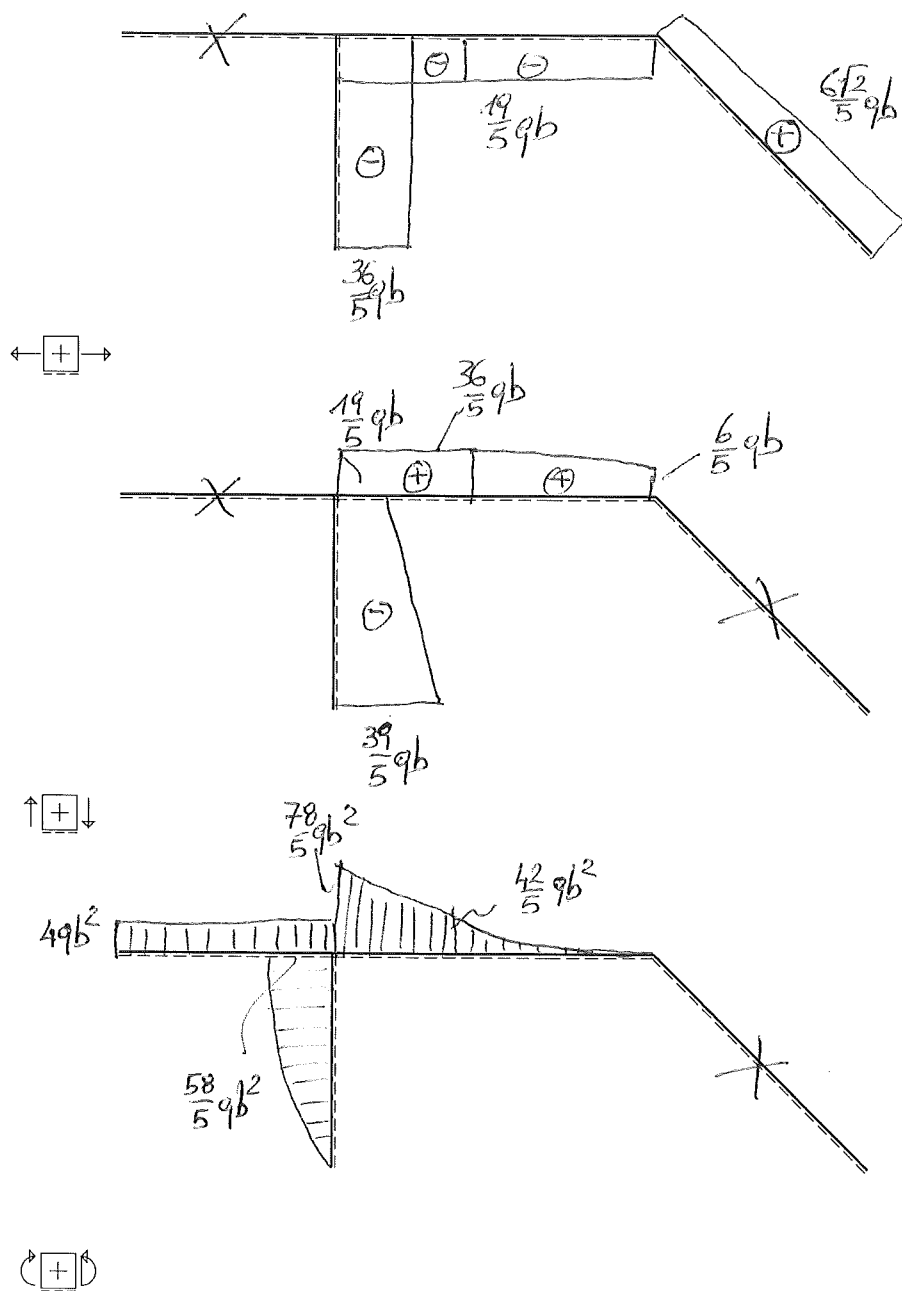
$$S_x = 20a^3; S_y = 13a^3;$$

$$x_G = \frac{13}{10}a = 1.30000a; y_G = 2a;$$

$$J_{xG} = \frac{34}{3}a^4 = 11.33333a^4; J_{yG} = \frac{193}{30}a^4 = 6.43333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{34}{3}a^4 = 11.33333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{193}{30}a^4 = 6.43333a^4;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= \frac{39}{5}qb; \quad V_A (\uparrow) = \frac{36}{5}qb; \quad H_F (\Rightarrow) = \frac{6\sqrt{2}}{5}qb; \quad V_F (\uparrow) = \frac{6\sqrt{2}}{5}qb; \\
 N_{AC} &= -\frac{36}{5}qb; \quad T_{AC} = -\frac{39}{5}qb + 2qx_1; \quad M_{AC} = -\frac{39}{5}qb x_1 + qx_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; \quad T_{BC} = 0; \quad M_{BC} = -4qb^2; \\
 N_{CD} &= -\frac{19}{5}qb; \quad T_{CD} = \frac{36}{5}qb; \quad M_{CD} = -\frac{78}{5}qb^2 + \frac{36}{5}qb x_3; \\
 N_{DE} &= -\frac{19}{5}qb; \quad T_{DE} = \frac{36}{5}qb - 3qx_4; \quad M_{DE} = -\frac{42}{5}qb^2 + \frac{36}{5}qb x_4 - \frac{3}{2}qx_4^2; \\
 N_{FE} &= \frac{6\sqrt{2}}{5}qb; \quad T_{FE} = 0; \quad M_{FE} = 0;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2018-2019

Prova scritta in aula del 23.09.2019

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

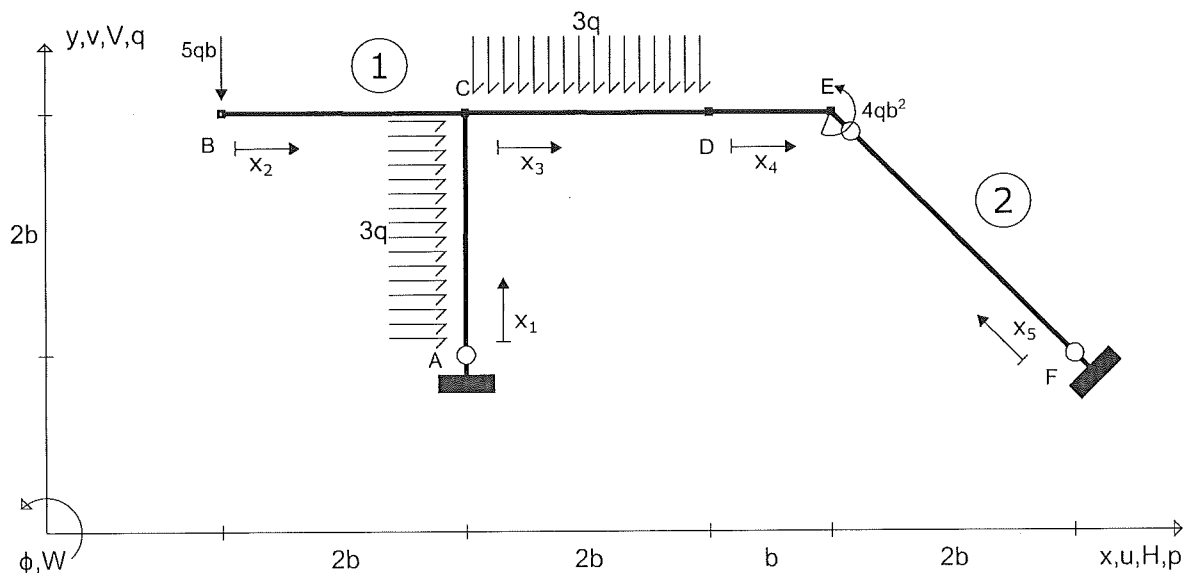
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 23.09.19*002



Eq. ausiliaria: $M_{Z(E)}^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

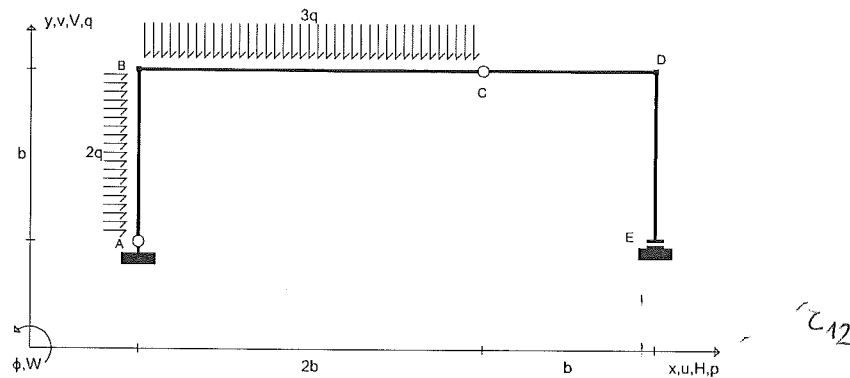
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B , e quella verticale dello spostamento del punto C, v_C .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CDE*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D, u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

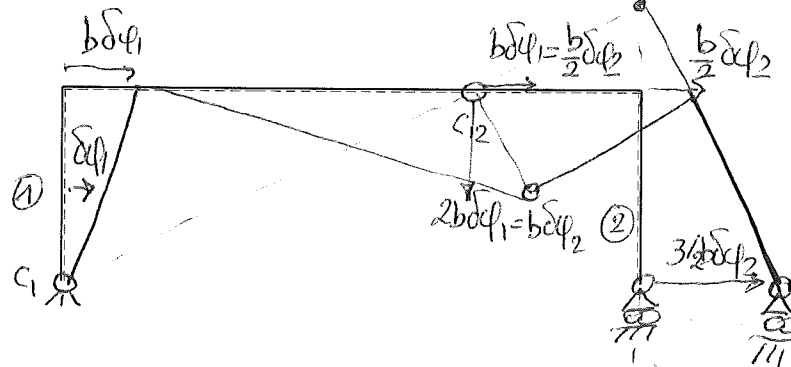


$$C_2 \in r_2$$

$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12}$$

$$2b\delta\varphi_1 = b\delta\varphi_2$$

$$\boxed{\delta\varphi_2 = 2\delta\varphi_1}$$



$$C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12}$$

$$C_3 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{23}$$

$$\Rightarrow C_2 \equiv C_3 \text{ e i corpi}$$

2 i fidi ② e ③ si spostano come unico corpo rigido

$$b\delta\varphi_1 = \delta u_2 = \delta u_3$$

$$M_E(\varnothing) = \dots -7/2 q b^2 \dots; C_1 = (\dots 0 \dots, \dots 0 \dots); C_2 = (\dots 3b \dots, \dots 3/2 b \dots); C_{12} = (\dots 2b \dots, \dots b \dots);$$

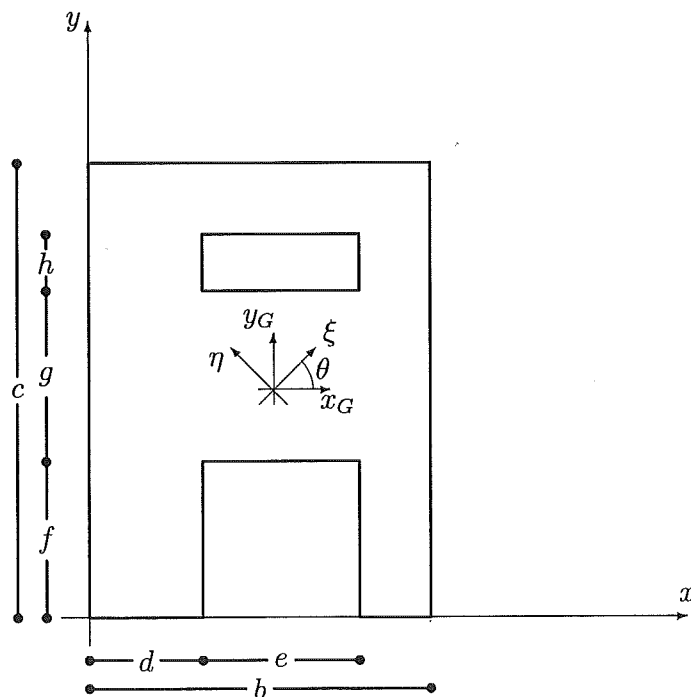
$$u_B = \dots \frac{b \delta q_1}{2} = \dots \frac{b \delta q_1}{2} \dots; v_C = \dots -2b \delta q_1 = \dots -b \delta q_2 \dots$$

$$M_B(\varnothing \square \varnothing) = \dots +q b^2 \dots; v_C = \dots 0 \dots; u_D = \dots b \delta q_1 = \delta u_3 = \delta u_2 \dots$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 4a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = a$; $g = 2a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



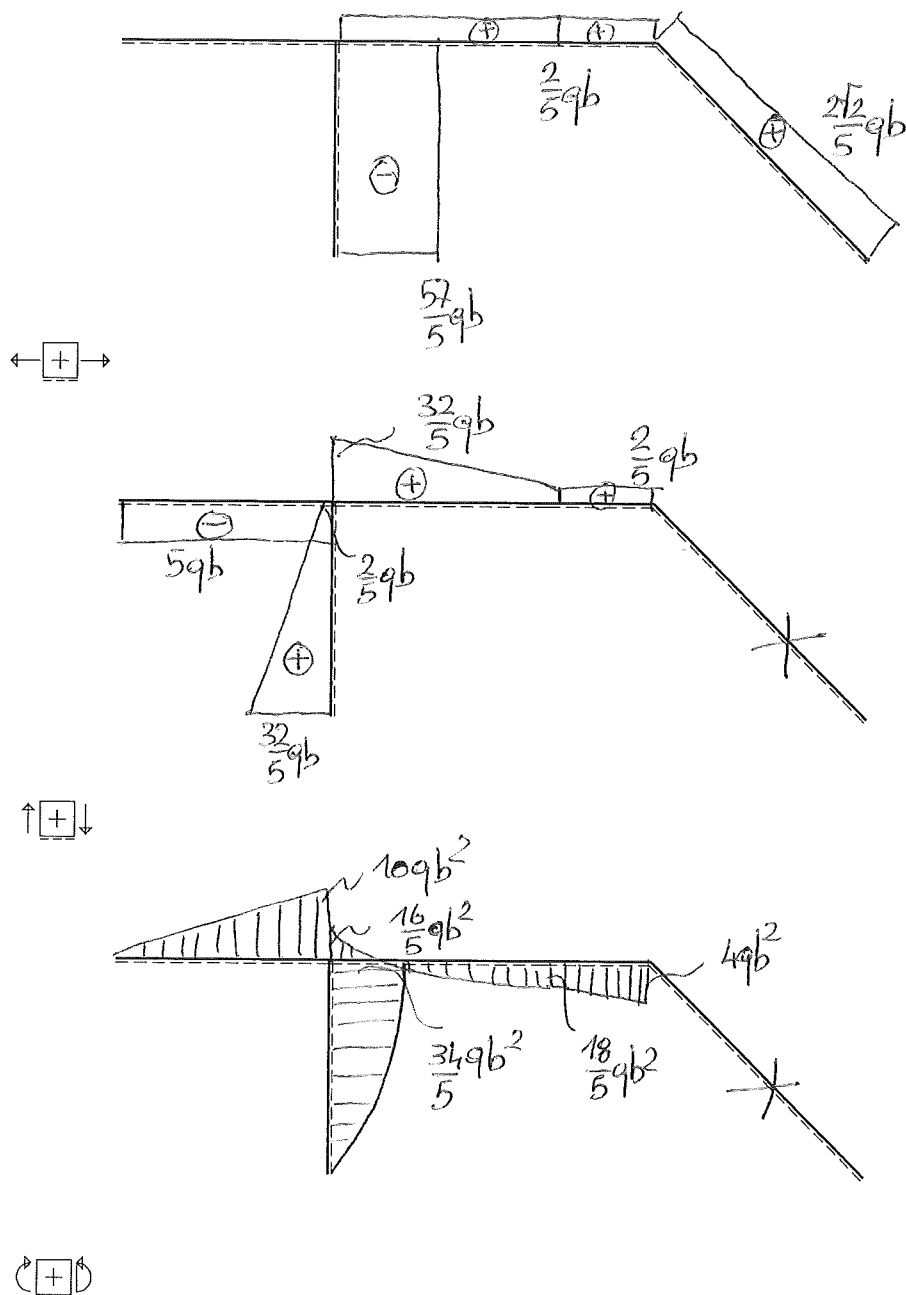
$$S_x = \dots 16a^3 \dots; S_y = \dots 10a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{5}{4}a = 1.25000a \dots; y_G = \dots 2a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{20}{3}a^4 = 6.66667a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{37}{6}a^4 = 6.16667a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots (\theta = 0^\circ)$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{20}{3}a^4 = 6.66667a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{37}{6}a^4 = 6.16667a^4 \dots;$$



$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= -\frac{32}{5}qb; & V_A (\uparrow) &= \frac{57}{5}qb; & H_F (\Rightarrow) &= \frac{2}{5}qb; & V_F (\uparrow) &= -\frac{2}{5}qb; \\
 N_{AC} &= -\frac{57}{5}qb; & T_{AC} &= \frac{32}{5}qb - 3qx_1; & M_{AC} &= \frac{32}{5}qb x_1 - \frac{3}{2}qx_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= -5qb; & M_{BC} &= -5qb x_2; \\
 N_{CD} &= \frac{2}{5}qb; & T_{CD} &= \frac{32}{5}qb - 3qx_3; & M_{CD} &= -\frac{16}{5}qb^2 + \frac{32}{5}qb x_3 - \frac{3}{2}qx_3^2; \\
 N_{DE} &= \frac{2}{5}qb; & T_{DE} &= \frac{2}{5}qb; & M_{DE} &= \frac{18}{5}qb^2 + \frac{2}{5}qb x_4; \\
 N_{FE} &= \frac{2\sqrt{2}}{5}qb; & T_{FE} &= 0; & M_{FE} &= 0;
 \end{aligned}$$